Prof. Dr. Uwe Küchler
Dipl.Math. Hagen Gilsing Wintersemester 2007/2008

Risikotheorie

7. Übungsserie

7.1 (3 Punkte) Es sei $H_a(X)$ die nach dem Exponentialprinzip ermittelte Prämie für das Risiko X, d.h.

$$H_a(X) := \frac{1}{a}\, lnE(\mathrm{e}^{aX}), \quad a > 0.$$

Man zeige:

a) $a \to H_a(x)$ ist streng monoton wachsend auf $(0, \infty)$

b) $\lim\limits_{a \downarrow 0} H_a(X) = EX$

c) $\lim\limits_{a \uparrow \infty} H_a(X) = \min\{x > 0 | F_X(x) = 1\} =: m$ mit $\min \emptyset := \infty$.
(= maximal mögliche Schadenshöhe)

Hinweis für c):

Man unterscheide $m = \infty$ und $m < \infty$ und nutze
$P(X \leq m) = 1,\ P(X > m - \delta) > 0$ ($\delta > 0,$ falls $m < \infty$) und
$P(X > c) > 0 (c > 0,$ falls $m = \infty$).

7.2 (3 Punkte) Es sei $(p_n, n \geq 0)$ eine Verteilung der Panjer-Klasse, d. h. es gilt für gewisse $a, b \in R$ mit $a + b > 0$:

$$p_n = \left(a + \frac{b}{n}\right) p_{n-1}, \quad n \geq 1.$$

(Vgl. Aufgabe 2.2)
Man berechne für (p_i) als Schadenshöhenverteilung die Prämie nach dem

a) Erwartungswertprinzip

b) nach dem Varianzprinzip

c) nach dem Exponentialprinzip

und vergleiche die entsprechenden Werte für a) und b).

7.3 (2 Punkte) Man zeige, dass für je zwei Verteilungsfunktionen F, G mit $F(0) = G(0) = 0$ gilt

$$F \prec G \Longleftrightarrow \int_0^\infty f(x)dF(x) \leq \int_0^\infty f(x)dG(x)$$

für jede monoton wachsende absolutstetige Funktion f auf $[0, \infty)$.
($F \prec G$ bedeutet $1 - F(x) \leq 1 - G(x) \quad \forall x \geq 0$.)