Institut für Mathematik
Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. sc. Thomas Friedrich

Sommersemester 2012
Blatt 9
Abgabe xxx

# Topologie

**49.** Sei $A \subset \mathbb{R}^3$ eine endliche Teilmenge. Beweisen Sie, dass das Komplement $\mathbb{R}^3 - A$ einfach zusammenhängend ist.

**50.** Sei $X$ die Vereinigung von endlich vielen Geraden des $\mathbb{R}^3$, welche alle durch den Punkt $0 \in \mathbb{R}^3$ verlaufen. Berechnen Sie die Fundamentalgruppe $\pi_1(\mathbb{R}^3 - X)$.

**51.** In der Sphäre $S^2$ identifizieren wir den Nordpol mit dem Südpol. Berechnen Sie die Fundamentalgruppe des dann entstehenden Raumes.

**52.** Berechnen Sie unter Verwendung einer CW-Zerlegung die Fundamentalgruppe des reell-projektiven Raumes und des komplex-projektiven Raumes.

**53.** Berechnen Sie die Fundamentalgruppe von $S^1 \vee S^2$.

**54.** Beweisen Sie, dass die Abbildungen $f\,,\, g : S^1 \to U(2)$ des Kreisrandes in der Gruppe $U(2)$

$$f z) \ = \ \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ , \quad g(z) \ = \ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}$$

homotop sind und daher das gleiche Element in der Fundamentalgruppe $\pi_1(U(2))$ repräsentieren. Berechnen Sie diese Fundamentalgruppe vollständig.

**55.** Wir betrachten die Transformationen $\alpha\,,\,\beta : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ der komplexen Zahlenebene in sich, welche durch

$$\alpha(z) \ = \ z + i \ , \quad \beta(z) \ = \ \bar{z} + 1 + i$$

definiert sind. Beweisen Sie, dass die von $\alpha, \beta$ erzeugte Transformationsgruppe isomorph zur Fundamentalgruppe der Kleinschen Flasche ist.