Institut für Mathematik
Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. sc. Thomas Friedrich

Sommersemester 2014
Blatt 7
Abgabe xxx

Topologie

36. a) Man zeige, dass durch $P^n(\mathbb{R}) = e_0 \cup e_1 \cup \ldots \cup e_n$ und $P^n(\mathbb{C}) = e_0 \cup e_2 \cup \ldots \cup e_{2n}$ die CW-Zerlegungen des reellen und des komplexen projektiven Raums gegeben sind und beschreibe deren charakteristische Abbildungen;
b) Man finde eine CW-Zerlegung der reellen Geraden $\mathbb{R}$.

37. Sei X ein CW-Komplex und $P \subset X$ beliebig. Wenn P jede Zelle von X in höchstens einem Punkt trifft, dann ist die induzierte Topologie von P diskret.

38. a) Ist das Produkt zweier Simplizes positiver Dimension wieder ein Simplex ?
b) Sind X und Y endliche CW-Komplexe, so ist auch ihr Produkt wieder ein CW-Komplex.
Bemerkung: die Aussage gilt sogar, wenn einer der beiden CW-Komplexe nur lokal-kompakt ist. Ohne jegliche weitere Voraussetzung ist das Produkt zweier CW-Komplexe allerdings nicht zwingend erneut ein CW-Komplex. Für ein Beispiel siehe C.H.Dowker, Topology of metric complexes, Amer.J.Math. 74 (1952), 555-577 oder das Buch A. Hatcher, Algebraic Topology, Seite 525.
c) Sei $(X, \mathcal{E})$ ein CW-Komplex und $(X', \mathcal{E}')$ ein CW-Teilkomplex von X. Dann ist der Quotient X/X' wieder ein CW-Komplex mit Zellzerlegung $\{X'\} \cup \{\pi(e) \mid e \in \mathcal{E} - \mathcal{E}'\}$, wobei π die Projektion $X \to X/X'$ sei.

39. Jede kompakte Teilmenge $C \subset X$ eines CW-Komplexes X ist in einem endlichen Teilkomplex $X' \subset X$ enthalten.

40. Jeder CW-Komplex ist lokal-kontrahierbar und lokal-zusammenhängend.

41. Jeder endliche CW-Komplex X kann in einen euklidischen Raum eingebettet werden, d.h. es existiert eine Zahl N und eine kompakte Teilmenge $X' \subset \mathbb{R}^N$, welche homöomorph zu X ist.

42. Ein CW-Komplex X ist genau dann zusammenhängend, falls sein 1-Skelett X^1 zusammenhängend ist.

43. Ein CW-Komplex ist genau dann lokal-kompakt, falls jeder Punkt eine Umgebung besitzt, die nur endliche viele Zelle schneidet.