Mathematik

im

mathematisch-naturwissenschaftlichem Profil der Sekundarstufe II

Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen

Andreas-Gymnasium
Heinrich-Hertz-Gymnasium
Herder-Gymnasium
Immanuel-Kant-Gymnasium

Humboldt-Universität zu Berlin

Stand: Juli 2009

MA-3+: Lineare Algebra und Analytische Geometrie (75 Stunden)

Std.	Lerninhalte	Anmerkungen
25	**Vektorraum** Erarbeitung des Begriffes Vektorraum anhand geeigneter Modelle Linearkombination, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, lineare Hülle, Erzeugendensystem, Basis, Basisaustauschsatz, Dimension, Eindeutigkeit der Darstellung bez. einer Basis Unterraum, Unterraumkriterium Ergänzung: Körper $\mathbb{C}$ als weiteres Beispiel einer algebraischen Struktur	 Der Lösungsraum einer homogenen linearen Gleichung sollte nicht als Beispiel gewählt werden: → ma-Z. Auf geometrische Interpretationen sollte an dieser Stelle bewusst verzichtet werden, um den Begriff des Vektors allgemeiner zu verankern. Auf Kenntnisse aus Klasse 10 (Additum) ist aufzubauen.
10	**Analytische Geometrie: affine Geometrie** der affine (Punkt-) Raum A^3 (Geometrie) mit dem zugehörigen Vektorraum V^3 der Verschiebungen, Axiome des Zusammenhangs, affines Koordinatensystem und zugehörige (kanonische) Basis des Vektorraums geometrische Probleme: Punkte, Geraden und Ebenen im A^3 (in Parameter- und Koordinatenform) Untersuchung von Lagebeziehungen	 An geeigneten Stellen können die Kenntnisse und Voraussetzungen aus der ebenen euklidischen Geometrie aufgegriffen werden.
10	**Analytische Geometrie: metrische Geometrie** Skalarprodukt, Vektorprodukt, Spatprodukt: Definitionen, Rechenregeln, Cauchy-Schwarzsche Ungleichung	 Beim Skalarprodukt ist der zentrale Aspekt der geometrische Gedanke der Projektion auf eine vorgegebene Richtung.
20	**geometrische Grundaufgaben:** Abstände, Längen und Winkel; Flächeninhalt eines Dreiecks Normalenform der Ebenengleichung, Hessesche Normalenform; Kugeln Inzidenzuntersuchungen komplexerer Art mit Geraden, Ebenen und Kugeln, Abstände und Winkel; Tangentialebenen	 Hier ist auch an die variable Herleitung von Ebenengleichungen aus unterschiedlichen bestimmenden Objekten gedacht.

Std.	Lerninhalte	Anmerkungen
	Volumen eines Spats, einer dreiseitigen Pyramide	
10	**Schwerpunkt nach Wahl**	Die genannten Gebiete sollen nach Bedarf und Wunsch vertieft werden. Auch Erweiterungen -- Empfehlung: *Determinanten* -- sind möglich.

ma-Z.3: Lineare Algebra (45 Stunden im 3. Semester)

Std.	Lerninhalte	Anmerkungen
20	**Lineare Gleichungssysteme (LGS) und Matrizen** Begriff des LGS, Lösungsmengenbestimmung über das Gauß-Verfahren im homogenen und inhomogenen Fall, Zusammenhang der Lösungsmenge des homogenen Systems mit der eines zugehörigen inhomogenen Systems Matrix-Vektor-Schreibweise eines LGS, Rang einer Matrix, Gleichheit von Spalten- und Zeilenrang Lösbarkeitskriterien über den Rangbegriff Satz über die Anzahl der frei wählbaren Parameter Lösungsraum des homogenen LGS als Vektorraum mit Dimensionsbegriff	Das Gauß-Verfahren sollte begründet werden. Die Gleichheit von Spalten- und Zeilenrang muss nicht bewiesen werden. (vgl. MA-3+)
15	**Lineare Abbildungen, LGS und Matrizen I** lineare Abbildungen als strukturverträgliche Abbildung zwischen Vektorräumen Kern(*f*) als Unterraum des Urbildraumes, Zusammenhang mit der Lösungsmenge eines homogenen LGS, geometrisch im Dreidimensionalen Schnitt dreier Ebenen durch den Ursprung Bild(*f*) als Unterraum des Bildraumes Matrix A_f als basisabhängige Darstellung einer linearen Abbildung mit den Spaltenvektoren als Bilder der Basisvektoren, $Rang(A_f) = dim\ Bild(f)$; Interpretation eines inhomogenen LGS über Bild(*f*) (dreidimensional-geometrisch: Schnitt dreier Ebenen, aus dem Ursprung verschoben) Rangbestimmungen mittels elementarer Umformungen	Die verschiedenen Darstellungsformen mittels linearer Abbildung, Matrix und LGS sollen flexibel und angemessen genutzt werden.

Std.	Lerninhalte	Anmerkungen
	Dimensionssatz	
10	**Lineare Abbildungen, LGS und Matrizen II** Hintereinanderausführung linearer Abbildungen, Matrizenmultiplikation, Matrizenaddition und Vervielfachung inverse Matrix (Existenz der Umkehrabbildung), eindeutige Lösbarkeit von LGS mit den dazugehörigen Interpretationen wie dim Kern(f) = 0 Anwendungsaufgaben, z. B. mehrstufige Produktionsprozesse, Markow-Ketten oder Quadriken (Kegelschnitte)	