Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Dr. M. Staudacher

LINEARE ALGEBRA UND ANALYTISCHE GEOMETRIE I* WS 2011/12

ÜBUNGSBLATT 0, Abgabe spätestens bis Fr. 21.10. um 15 Uhr

Zettel können in Rudower Chaussee 25, Haus 1, Stock 4, vor Raum 1.416, oder in der Vorlesung abgegeben werden!

Für diesen Zettel ist *ausnahmsweise* auch eine Abgabe per Email möglich - senden Sie dazu ein druckbares PDF-Dokument an hille@math.hu-berlin.de - Eingegangene Emails werden soweit möglich gedruckt und der Ausdruck als Abgabe behandelt. Das Risiko obliegt Ihnen!

1 In der Vorlesung wurden Wahrheitstafeln für die Verknüpfung von Aussagen eingeführt.

(a) Füllen Sie die folgende Wahrheitstafel für $\neg(\neg A \wedge \neg B)$ komplett aus:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$	$A \vee B$
w	w					
w	f					
f	w					
f	f					

Vergleichen Sie die letzten beiden Spalten. Folgern Sie, dass die Aussagen $\neg(\neg A \wedge \neg B)$ und $A \vee B$ logisch äquivalent sind.

Gehen Sie ebenso vor, um die folgenden logischen Äquivalenzen zu beweisen:

(b) $A \wedge B \iff \neg(\neg A \vee \neg B)$,
(c) $\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B$,
(d) $\neg(A \wedge B) \iff \neg A \vee \neg B$,
(e) $(A \wedge B) \vee C \iff (A \vee C) \wedge (B \vee C)$,
(f) $(A \vee B) \wedge C \iff (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$,

2 In der Vorlesung wurden Mengen sowie Mengenoperationen eingeführt. Sei X eine beliebige Menge und seinen A, B, und C beliebige Teilmengen von X.

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$. Dabei benutzt man schrittweise die eingeführten Definitionen um die Menge $(A \cup B) \cap C$ als eine Menge mit genau einer Mengenklammer schreiben, also in der Form $(A \cup B) \cap C = \ldots = \{x \in X \ : \ \ldots\}$. Ebenso verfährt man mit der Menge $(A \cap C) \cup (B \cap C)$. Danach benutzt man eine logische Äquivalenz um den Beweis zu vollenden.

Das ergibt dann eine Gleichungskette wie folgt:

$$\begin{aligned} & (A \cup B) \cap C \\ = \ & (\{\ldots\} \cup \{\ldots\}) \cap \{\ldots\} && \text{, nach Definition der Teilmenge} \\ = \ & \ldots && , \ldots \\ & \vdots \\ = \ & (A \cap C) \cup (B \cap C), \end{aligned}$$

Dabei ist wichtig, keinen einzelnen Schritt auszulassen, und jeweils dazu zu schreiben, welche Definition(en) bzw. Sätze dabei jeweils verwendet werden.

Verfahren Sie ebenso, um die folgenden Gleichheiten zu zeigen:

(a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$,
(b) $(X \setminus A) \cap (X \setminus B) = X \setminus (A \cup B)$,
(c) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$.