Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Dr. M. Staudacher

LINEARE ALGEBRA UND ANALYTISCHE GEOMETRIE II* SS 2012

ÜBUNGSBLATT 1, Abgabe spätestens bis in der VL am Do. 19.04. um 13.15 Uhr

1 [Eigenwerte, Eigenvektoren] Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(5 Punkte)

2 [Das charakteristische Polynom] Sei $A \in M(n \times n; \mathbb{K})$ eine diagonalisierbare Matrix mit charakteristischem Polynom $P_A(\lambda)$. Berechnen Sie $P_A(A)$. *(5 Punkte)*

3 [Exponentialfunktion] Sei die Matrix $C \in M(2 \times 2; \mathbb{R})$ gegeben durch

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie e^C direkt aus der Potenzreihenentwicklung $e^C = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} C^n$.

b) Berechnen Sie e^C, indem Sie die Matrix C zunächst diagonalisieren.

c) Finden Sie zwei Matrizen A und B, für welche gilt $e^{A+B} \neq e^A e^B$.

(6 Punkte)

4 [Eigenwerte] Sei V ein $\mathbb{K}$-Vektorraum und $F : V \to V$ linear. Beweisen Sie:

$$F^2 - F \text{ hat Eigenwert } -1 \implies F^3 \text{ hat Eigenwert } -1.$$

(4 Punkte)