

**Aufgaben zur Lehrveranstaltung
Anwendungen der Stochastik auf versicherungsmathematische Probleme**

1. Serie

1. Man beweise:

$$d a^{(m)}_{\infty} = a^{(m)}_{\overline{1}} \quad (3 \text{ Punkte})$$

2. Zeigen Sie, dass für den Barwert b einer sofort beginnenden ewigen jährlich vorschüssig zu zahlenden Rente vom Jahresbetrag 1 im 1. Jahr, die jährlich um den Bruchteil $s \geq 0$ des jeweiligen Vorjahreswerts steigt, gilt:

$$b = 1 / (1 - e^{\sigma - \delta})$$

mit $\sigma := \ln(1+s)$ und $\sigma < \delta$.

(3 Punkte)

3. Eine sofort beginnende Zeitrente dauert n Jahre ($n \in \mathbb{N}$). Sie ist monatlich vorschüssig zu zahlen. Im ersten Jahr hat sie den Jahresbetrag 1. Ihr Jahresbetrag steigt jährlich um den Bruchteil $s \geq 0$ des jeweiligen Vorjahreswerts. Die Monatsraten eines Jahres betragen stets $1/12$ des jeweiligen Jahresbetrags.

Zeigen Sie, dass für den Barwert b gilt:

$$b = (d / d(12)) (1 - e^{(\sigma - \delta)n}) / (1 - e^{\sigma - \delta})$$

mit $\sigma := \ln(1+s)$ und $\sigma < \delta$.

(4 Punkte)