

Randolf Altmeyer

BZQ II: Stochastikpraktikum

Wintersemester 2016

Humboldt-Universität zu Berlin



## Projektaufgaben Block 5

### 1 Metropolis-Hastings-Algorithmus zur Erzeugung von Zufallszahlen (freiwillig, 10P)

Betrachte die Situation aus Aufgabe 4 in Block 1 und erzeuge mit dem Metropolis-Hastings-Algorithmus Samples bezüglich der Standardnormalverteilung. Diskutiere die Ergebnisse anhand der folgenden Punkte:

- Histogramme, QQ-Norm-Plots und Kolmogorov-Smirnov-Tests,
- das Verhalten für Werte außerhalb von  $[-2, 2]$ ,
- Anzahl der abgelehnten Samples,
- Konvergenzeigenschaften der Simulation bezüglich Stationarität,
- Konvergenz von empirischen Momenten  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k^m$ ,  $m \geq 1$ ,
- Autokorrelationen (mit der Funktion *acf*).

Verwende die beiden folgenden konkreten Methoden aus der Vorlesung:

1. Der unabhängige Metropolis-Hastings-Algorithmus mit der Dichte der Laplace-Verteilung zum Parameter  $\alpha > 0$ ,

$$g_\alpha(x) = \frac{\alpha}{2} \exp(-\alpha|x|), \quad x \in \mathbb{R},$$

als Vorschlagsdichte  $q$ . Diskutiere darüberhinaus die Wahl von  $\alpha$  und vergleiche mit dem Accept-Reject-Algorithmus aus Aufgabe 4.3 in Block 1.

2. Der random walk Metropolis-Hastings-Algorithmus, wobei  $\epsilon_n \sim U(-\delta, \delta)$  für  $\delta > 0$ , d.h. die Vorschlagsdichte ist  $q(y|x) = \frac{1}{2\delta} \mathbf{1}_{[x-\delta, x+\delta]}(y)$ .

### 2 Challenger-Katastrophe (freiwillig, 10P)

Lies das Beispiel zur Anwendung aus der Vorlesung nach in „Christian Robert, George Casella: *Monte Carlo Statistical Methods, 2004*“, genauer Beispiel 1.13 und Beispiel 7.3 dort. Recherchiere und erkläre die verwendeten Konzepte der *Bayes-Analyse* und der *maximum Likelihood* kurz (!). Erkläre die angegebene Wahl der Hyperparameter (Intuition reicht) und verifiziere die Ergebnisse mit eigenen Simulationen.

---

*Hinweise zur Abgabe:*

Alle Dateien (pdf der Auswertung, R-Code für jede einzelne Aufgabe in eigener Datei, aber OHNE Daten!!) „gepackt“ (z.B. mit zip) mit dem Namen *UE3\_Student1\_Student2* bis zum 21.02. per Email an *altmeyrx@math.hu-berlin.de* schicken.