



Übungsblatt 7

VL Dirac-Operatoren und Spin-Geometrie - SS 2010

Abgabe 11.06.2010

Aufgabe 19

Sei (M, g) eine Riemannsche Spin-Mannigfaltigkeit mit fixierter Spin-Struktur und D^∇ der zu einer metrischen kovarianten Ableitung ∇ assoziierte Dirac-Operator von (M, g) . Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für die formale Selbstadjungiertheit von D^∇ an. 4 P

Aufgabe 20

Sei (M, g) eine semi-Riemannsche Spin-Mannigfaltigkeit mit fixierter Spin-Struktur und ∇ eine metrische kovariante Ableitung auf (M, g) . Geben Sie eine Formel an, die den zu ∇ assoziierten Dirac-Operator durch den zum Levi-Civita-Zusammenhang assoziierten Dirac-Operator und die Torsion von ∇ ausdrückt. 4 P

Aufgabe 21

Seien (Q_1, f_1) und (Q_2, f_2) zwei Spin-Strukturen einer Riemannschen Spin-Mannigfaltigkeit (M, g) , P das Bündel der positiv-orientierten orthonormalen Repere von (M, g) und (R, μ) die Deformation von (Q_1, f_1) und (Q_2, f_2) (siehe Vorlesung). Beweisen Sie:

1. (R, μ) ist eine $\text{proj}_1 : SO(n) \times \mathbb{Z}_2 \rightarrow SO(n)$ - Reduktion von P .
2. R ist genau dann zusammenhängend, wenn die Spin-Strukturen (Q_1, f_1) und (Q_2, f_2) nicht isomorph sind.
3. Sind (Q_1, f_1) und (Q_2, f_2) isomorphe Spin-Strukturen, so ist die Deformation (R, μ) isomorph zu $(P \times \mathbb{Z}_2, \text{proj}_1)$.

4 P

Insgesamt: 12 P