



Übungsblatt 10

VL Dirac-Operatoren und Spin-Geometrie - SS 2010

Abgabe 02.07.2010

Aufgabe 24

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass jedes Killingvektorfeld auf einer *kompakten* Ricci-flachen Riemannschen Mannigfaltigkeit parallel ist. Zeigen Sie (mit einem Beispiel), dass dies für *nicht-kompakte* Ricci-flache Riemannsche Mannigfaltigkeiten i.a. nicht der Fall ist.

4 P

Aufgabe 25

Zeigen Sie, dass eine 3-dimensionale Riemannsche Spin-Mannigfaltigkeit mit nicht-trivialem parallelem Spinorfeld flach ist. Gilt dies auch für Lorentz-Mannigfaltigkeiten ?

4 P

Aufgabe 26

Zeigen Sie, dass eine 4-dimensionale Riemannsche Spin-Mannigfaltigkeit (M^4, g) mit nichttrivialem parallelem Spinorfeld $\varphi \in \Gamma(S^+)$ antiselbstdual ist, d.h. es gilt für den Weyl-Tensor

$$W_+ := W|_{\Lambda_+^2 T^*M} = 0.$$

Hinweis: Die Definition des Weyl-Tensors und seine Zerlegung auf 4-dimensionalen Riemannschen Mannigfaltigkeiten findet man z.B. in Baum *Eichfeldtheorie*, Anhang A5.

6 P

Insgesamt: 14 P