SS 2019 Marc Kegel

Topologie I

Übungsblatt 6

Aufgabe 1.
Die **Narrenkappe** ist der topologische Raum, den man aus einem Dreieck enthält, indem man die Seiten identifiziert so wie in Abbildung 1 angedeutet.
Berechnen Sie die Fundamentalgruppe der Kleinschen Flasche und der Narrenkappe mittels des Satzes von Seifert und van Kampen.

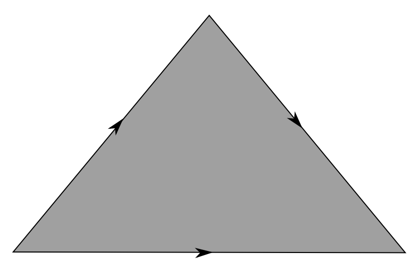

Abbildung 1: Die Narrenkappe.

Aufgabe 2.
Sei G eine beliebige endlich präsentierte Gruppe. Konstruieren Sie einen wegzusammenhängend topologischen Raum X, dessen Fundamentalgruppe isomorph zu G ist.

Aufgabe 3.
Zeigen Sie, dass S^n und $\mathbb{R}P^n$ kompakte n-dimensionale (glatte) Mannigfaltigkeit ohne Rand sind.

Aufgabe 4.
Zeigen Sie, dass das Achsenkreuz $\{xy = 0\}$ in $\mathbb{R}^2$, die Narrenkappe und der Kegel über $\mathbb{R}P^2$ keine Mannigfaltigkeiten sind.

Bonusaufgabe.
Zeigen Sie, dass der Kamm mit unendlich vielen Zacken zusammenziehbar ist, dass aber nicht jeder seiner Punkte ein starker Deformationsretrakt ist.

Knobelaufgabe.
Beschreiben Sie die freie Gruppe F_n mit n Erzeugern explizit als Untergruppe der freien Gruppe F_2 mit 2 Erzeugern.

Abgabe: Freitag, 17.5.19 **vor** der Vorlesung. Verspätete Abgabe oder Abgabe per E-Mail ist leider **nicht** möglich.