



7. Aufgabenserie

1. Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit einer Dichte f der Form

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + a, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

und Erwartungswert $\mathbb{E}(X) = \frac{3}{5}$.

- (a) Bestimmen Sie a und b .
(b) Berechnen Sie die Varianz von X . (3 Pkt.)
2. (a) Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit existierendem Erwartungswert und einer Dichte f , die um einen Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$ symmetrisch ist, d. h. es gilt $f(x_0 + x) = f(x_0 - x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass dann $\mathbb{E}(X) = x_0$ und $\mathbb{P}(X \geq x_0) = \mathbb{P}(X \leq x_0) = \frac{1}{2}$ gilt.
(b) Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit einer Dichte f der Form

$$f(x) = c \cdot e^{-\frac{|x-\mu|}{b}}$$

mit $\mu, b, c \in \mathbb{R}$, $b > 0$, $c > 0$.

- i. Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
ii. Wie ist der Parameter c bei gegebenen b und μ zu wählen?
iii. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X .
Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle $x < \mu$ und $x \geq \mu$. (6 Pkt.)

3. (a) Ein Stab der Länge L wird rein zufällig in zwei Teile zersägt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Längenverhältnis des kürzeren Abschnitts zum längeren Abschnitt kleiner als $\frac{1}{4}$ ist.
(b) An einer Straße der Länge K soll eine Feuerwehrrache gebaut werden. Angenommen der Ort, an dem ein Feuer ausbricht, sei absolutstetig verteilt mit Dichte $f(x) = Ce^{-x} \mathbb{1}_{[0, K]}(x)$. Wo entlang der Straße muss man die Feuerwehrrache bauen, wenn man den erwarteten Fahrweg zum Ausbruchsort des Feuers minimieren will? (5 Pkt.)

4. Es sei $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ eine streng monoton wachsende Verteilungsfunktion und X eine auf $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsvariable.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen $Y = F^{-1}(X)$.
(b) Wenden Sie (a) an, um mit Hilfe von X eine auf $[a, b]$, $a < b$, gleichverteilte Zufallsvariable zu erzeugen. (2 Pkt.)

Abgabe: Montag, 11.12.17, 9:15 Uhr in der Vorlesung.

Bitte schreiben Sie **jede Aufgabe auf ein separates Blatt** und geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen** und den **Wochentag** Ihrer Übungsgruppe an.