Stochastik Kombibachelor
Wintersemester 2017/18
Humboldt-Universität zu Berlin

Prof. Dr. Dörte Kreher
Dr. Paulwin Graewe
Dipl.-Math. Sebastian Holtz

10. Aufgabenserie

1. Es seien X und Y unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen.

   (a) Gegeben $\mathbb{E}(X) = 1$ und $\mathrm{Var}(X) = 5$, berechnen Sie:

   (i) $\mathbb{E}[(2+X)^2]$,

   (ii) $\mathrm{Var}(4+3X)$,

   (iii) $\mathbb{E}[(X-Y)^2]$

   (b) Gegeben $X,Y \sim U([0,1])$, zeigen Sie:

   $$\mathbb{E}(|X-Y|^\alpha) = \frac{2}{(\alpha+1)(\alpha+2)}, \quad \alpha > 0.$$

   (c) Gegeben X und Y sind gleichverteilt auf $\{1,2,\dots,n\}$, d.h. $\mathbb{P}(X=k) = \mathbb{P}(Y=k) = \frac{1}{n}$ für alle $k = 1,\dots,n$, zeigen Sie:

   $$\mathbb{E}(|X-Y|) = \frac{(n-1)(n+1)}{3n}.$$

   (3+2+2 Pkt.)

2. Wie oft ist ein Würfel im Mittel zu werfen, bis alle sechs Seiten mindestens einmal oben lagen? (2 Pkt.)

3. (a) Die erwartete Anzahl der Fehler pro Seite eines gewissen Printmagazins ist 0,2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein 10-seitiger Artikel

   (i) keinen,

   (ii) zwei oder mehr

   Fehler enthält?

   (b) Annas Bowlingscore ist ungefähr normalverteilt mit Erwartungswert 170 und Standardabweichung 20, während Ottos Score ungefähr normalverteilt mit Erwartungswert 160 und Standardabweichung 15 ist. Gegeben die erzielten Scores von Anna und Otto sind unabhängig, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

   (i) Otto höher als Anna scoret?

   (ii) die Summe der beiden Scores 350 übertrifft? (2+2 Pkt.)

4. Die Konzentration X von Kohlenmonoxid im Abgas wird als annähernd normalverteilt mit $\mathbb{E}(X) = \mu$ und $\mathrm{Var}(X) = 0{,}0001\,[(g/cm^3)^2]$ angenommen. Wie viele unabhängige Messungen der Konzentration sichern, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% die Abweichung des arithmetischen Mittels der Messwerte von μ kleiner als $0{,}003\,[g/cm^3]$ ist? (3 Pkt.)

Abgabe: Montag, 15.01.18, 9:15 Uhr in der Vorlesung.
Bitte schreiben Sie **jede Aufgabe auf ein separates Blatt** und geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen** und den **Wochentag** Ihrer Übungsgruppe an.