



## 12. Aufgabenserie

1. (a) Im Modell des zweifachen Würfelwurfs bezeichne  $X_i$  die Augenzahl des  $i$ -ten Wurfs und  $M := \max\{X_1, X_2\}$ . Zeigen Sie:

$$\mathbb{E}(X_1|M) = \frac{M^2 + M(M-1)/2}{2M-1}.$$

- (b) Die Anzahl Personen, die den Fahrstuhl eines  $n$ -stöckigen Wohnhauses im Erdgeschoss besteigen, sei Poisson-verteilt mit Erwartungswert 10. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl an Stops des Fahrstuhls pro Auffahrt. Nehmen Sie dafür an, dass jede Person unabhängig von den anderen Passagieren den Fahrstuhl rein zufällig in einem der  $n$  Stockwerke verlässt. (4 Pkt.)

2. Aus Erfahrung weiß ein Professor, dass die erreichte Punktzahl in der Abschlussklausur eine Zufallsvariable mit Erwartungswert 75 ist.

- (a) Geben Sie eine obere Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Student mehr als 85 Punkte erreicht.

Nehmen Sie im Folgenden an, dass der Professor zudem noch weiß, dass die Varianz der erreichten Punktzahl 25 beträgt.

- (b) Was kann über die Wahrscheinlichkeit gesagt werden, dass ein Student zwischen 65 und 85 Punkte erreicht?

- (c) Wie viele Studenten müssen an der Klausur teilnehmen, damit die durchschnittlich erreichte Punktzahl mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,9 maximal um 5 Punkte vom Erwartungswert 75 abweicht? Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe der Tschebyschev-Ungleichung.

- (d) Lösen Sie (c) unter Verwendung des zentralen Grenzwertsatzes. (4 Pkt.)

3. In der Geburtsabteilung eines Krankenhauses entbinden in einer bestimmten Woche  $n$  Frauen. Es werde angenommen, dass keine Mehrlingsgeburten auftreten und dass die Wahrscheinlichkeit bei jeder Geburt für einen Jungen bzw. ein Mädchen gleich sei. Außerdem werde angenommen, dass das Geschlecht der Neugeborenen für alle Geburten stochastisch unabhängig sei. Es sei  $a_n$  die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 60% der Neugeborenen Mädchen sind.

- (a) Bestimmen Sie  $a_{10}$ .

- (b) Beweisen Sie:  $a_{100} < a_{10}$ .

*Tipp:* Schätzen Sie  $a_{100}$  nach oben mit Hilfe der Tschebyschev-Ungleichung ab.

- (c) Zeigen Sie:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . (4 Pkt.)

4. (a) Ein Würfel wird solange geworfen, bis die Summe der geworfenen Augenzahlen 300 überschreitet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Würfel mindestens 80 mal geworfen?

- (b) Fünfzig Zahlen werden zur nächsten ganzen Zahl gerundet und dann aufaddiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht die resultierende Summe um mehr als 3 von der exakten Summe ab, wenn die einzelnen Rundungsfehler gleichverteilt auf  $[-0.5, 0.5]$  sind? (4 Pkt.)

---

Abgabe: Montag, 29.01.18, 9:15 Uhr in der Vorlesung.

Bitte schreiben Sie **jede Aufgabe auf ein separates Blatt** und geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen** und den **Wochentag** Ihrer Übungsgruppe an.