



**Aufgaben - besprochen in den Übungen 04.06.'18 – 08.06.'18**

**Aufgabe 1**

Wir betrachten die terminale  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{C}_\infty$  von  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

a) Sind die folgenden Zufallsvariablen  $\mathcal{C}_\infty$ -messbar?

(i)  $\sup_{n \in \mathbb{N}} X_n$ ,

(ii)  $\limsup_{n \rightarrow \infty} X_n$ ,

(iii)  $\limsup_{n \rightarrow \infty} S_n$  für  $S_n := \sum_{i=1}^n X_i$ ,

(iv)  $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ .

b) Seien nun die  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  unabhängig.

Zeigen Sie: Ist  $X$   $\mathcal{C}_\infty$ -messbar, so existiert  $c \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  mit  $X = c$  P-f.s.

Gilt die Folgerung auch für nicht unabhängige  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ?

**Aufgabe 2**

Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz (falls diese existieren) von  $X$  für

a)  $X \sim \text{Geom}(p)$ ,

b)  $X \sim \mathcal{U}(a, b)$ .