

## Stochastik I

### 3. Zusatzübung

- 1) Bei einem Fernsehquiz kann der Kandidat ein Auto gewinnen, wenn er errät, hinter welcher von drei verschlossenen Türen sich das Auto befindet. Nachdem der Kandidat eine der Türen benannt hat, öffnet der Quizmaster von den beiden anderen Türen eine, hinter der sich das Auto nicht befindet (falls es zwei solcher Türen gibt, wird eine der beiden rein zufällig Wahrscheinlichkeit ausgewählt). Danach darf der Kandidat seine Entscheidung noch einmal revidieren. Kann er seine Gewinnchancen erhöhen, wenn er sich für die vom Quizmaster nicht geöffnete, übriggebliebene Tür umentscheidet?

- 2) Es sei  $f$  die Dichte der Gammaverteilung mit den Parametern  $\alpha, \lambda > 0$ , d. h.

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(x), \quad x \in \mathbb{R}_1.$$

Man zeige, dass diese Dichte unimodal ist und bestimme den Modalwert in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\lambda$ .

- 3) Die Zufallsgröße  $X$  sei gleichmäßig auf  $[0, 1]$  verteilt. Wie lautet die gemeinsame Verteilungsfunktion von  $(X, Y)$  mit  $Y = 1 - X$ ? Besitzt der zufällige Vektor  $(X, Y)$  eine Dichte? Geben Sie seine Randverteilungsfunktionen an.