Prof. Dr. Uwe Küchler
Dipl.Math. Hagen Gilsing

Wintersemester 2007/2008

# Risikotheorie

## 6. Übungsserie

6.1 (3 Punkte) Es sei $F$ eine Verteilungsfunktion mit

$$F(0+)=0, \quad \hat{h}_F(s) := \int_0^\infty \exp(-sx)dF(x), \quad s \in R$$

ihre Laplacetransformierte. Man zeige

a) $\hat{h}_F(s) < \infty$ für alle $s > 0$, $\hat{h}_F(0) = 1$,

b) $\hat{h}_F(-t) < \infty$ für eine $t > 0$ ist äquivalent mit

$$\exists t_0 > 0, C > 0 : 1 - F(x) \leq C \cdot \exp(-t_0 x), x \geq 0.$$

(Im Falle b) sagt man, das exponentielle Moment der Ordnung $t_0$ sei für $F$ endlich.)

c) Ist $\hat{h}_F(-t) < \infty$ für ein $t > 0$, so sind alle Momente von $F$ endlich:

$$\int_0^\infty x^k dF(x) < \infty, \quad k \geq 1.$$

6.2 (2 Punkte) Man zeige, dass das Integral

$$\int_0^\infty z(s)ds = \frac{\alpha}{c} \int_0^\infty \mathrm{e}^{Ru} \int_u^\infty (1 - F(z))dzdu \quad \text{gleich} \quad \frac{1}{R} \cdot \frac{\varrho}{1+\varrho} \quad \text{ist,}$$

wobei $R$ den Lundberg-Koefficienten der Verteilung $F$ bezeichne und $\varrho = \frac{c}{\alpha\mu} - 1$ gesetzt wird.

6.3 (3 Punkte) Zeigen Sie, dass folgende Verteilungen und ihre integrierten Flankenverteilungen subexponentiell sind:

a) Logarithmische Normalverteilung:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp(-\frac{(lnx - \mu)^2}{2\sigma^2}), x > 0,$$

b) Paretoverteilung:

$$1 - F(x) = (\frac{x_0}{x})^a, \ a > 0, \ x \geq x_0 < 0,$$

c) Weibullverteilung:

$$1 - F(x) = \exp(-cx^r), \ 0 < r < 1, c > 0, x \geq 0.$$