Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

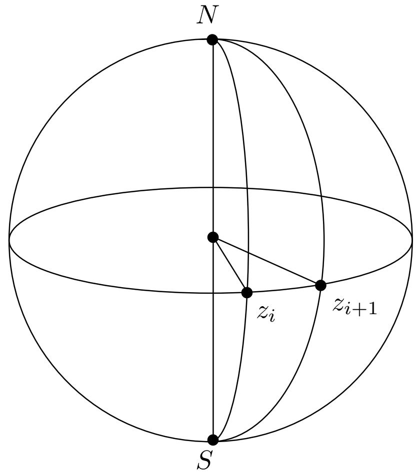
Übungsblatt 7

Topologie Sommer 07

Abgabe 14.6.2007

Aufgabe 26
(1) Beschreiben Sie all kompakten Flächen mit Rand.
(2) Beschreiben Sie alle geschlossenen Flächen, die sich aus $F \cup_{\partial F} F$ ergeben.

Aufgabe 27 (Linsenräume)
Seien $1 \leq q \leq p$ natürliche Zahlen. Betrachte den Ball D^3 und zerlege ihn in p "Orangenschnitze". Nun identifiziere das Rand-Segment N, z_i, z_{i+1} mit dem Rand-Segment S, z_{i+q}, z_{i+q+1}. Der entstandene Quotient ist der *Linsen-Raum* $L(p, q)$.



a) Begründe, dass $L(p, q)$ eine 3-Mannigfaltigkeit ist.

b) Zeige, dass $L(2, 1)$ und $\mathbb{R}P^3$ homöomorh sind. Was ist $L(1, 1)$?

c) Sei nun $ggT(p, q) = 1$ un d $r, s \in \mathbb{N}$ mit $pr - qs = 1$. Betrachte die Abbildung

$$\begin{array}{rccc} \phi_{p,q}: & S^1 \times S^1 & \to & S^1 \times S^1 \\ & (u, v) & \mapsto & (u^q v^r, u^p v^s) \end{array}$$

Zeige, dass dies ein Homöomorphismus des Torus auf sich ist. Beschreibe $\phi_{p,q}(S^1 \times \{1\})$.

d) Zeige, dass die Verklebung der beiden Volltori $(D^2 \times S^1) \cup_{\phi_{p,q}} (D^2 \cup S^1)$ homöomorph zum Linsen-Raum $L(p, q)$ ist.