

Übungsblatt 11

Topologie Sommer 2007

Abgabe 12.07.2005

Aufgabe 38

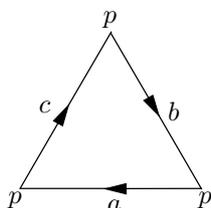
- (i) Finde die universelle Überlagerung von $S^1 \vee S^2$.
- (ii) Finde die universelle Überlagerung des Gitters $\mathbb{Z} \times \mathbb{R} \cup \mathbb{R} \times \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}^2$.

Aufgabe 39

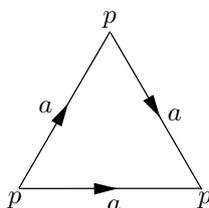
Sei $\pi_1(S^1 \vee S^1) = \langle a, b \rangle$, wobei a, b jeweils einem Kreis S^1 entspricht. Skizziere die Überlagerung, die zu der von a^2 erzeugten *normalen* Untergruppe gehört und begründe dies.

Aufgabe 40

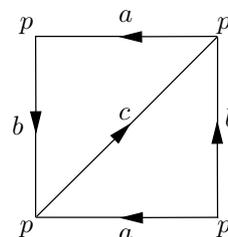
Betrachte die Räume X/\sim in der Abbildung unten, die als Quotientenraum einer Menge X disjunkter 2-Simplices durch Verkleben gleichbenannter Seiten und Eckpunkte entstehen.



a) Fallschirm



b) Narrenkappe



c) Kleinsche Flasche

- (i) Zeige, dass die Ecken der 2-Simplices so nummeriert werden können, dass sie auf X/\sim eine Δ -Komplex-Struktur induzieren (Orientierung der Seiten!).
- (ii) Verklebt man im Fall a) zusätzlich $a = b = c$, so zeige man, dass dies *keine* Δ -Komplex-Struktur induziert.
- (iii) Berechne die simplizialen Homologiegruppen der Δ -Komplexe a), b) und c)

Aufgabe 41

- (i) Sei X disjunkte Vereinigung endlich vieler 2-Simplices und entstehe X/\sim durch *paarweises* Verkleben von Seiten. Zeige, dass X/\sim eine 2-dimensionale Mannigfaltigkeit mit Rand ist.
- (ii) Beweise: die Ecken der 2-Simplices können immer derart nummeriert werden, dass sie auf X/\sim eine Δ -Komplex-Struktur definieren.

Aufgabe 42

- (i) Identifiziere die 4 Seiten eines 3-Simplexes Δ^3 paarweise so, dass der Quotient Δ^3/\sim ein Δ -Komplex homöomorph zu S^3 ist. Berechne dessen simplizialen Homologiegruppen.
- (ii) Berechne die Homologiegruppen des Δ -Komplexes X , der aus dem Simplex Δ^n durch identifizieren all seiner Seiten jeweils gleicher Dimension entsteht, d.h. X besteht aus jeweils einem k -Simplex für alle $k \leq n$.