Übungen zur Analysis für Informatiker

Humboldt-Universität zu Berlin, Sommersemester 2019
PD Dr.habil. Olaf Müller
Übungsblatt 2, Abgabe 26.4., in der Vorlesung

Es soll in jeder Aufgabe die Richtigkeit jeder Antwort bewiesen werden.

Aufgabe 1: Infima und Suprema berechnen (4 Punkte)

Berechnen Sie jeweils Infimum und Supremum von

1. $A_1 := \{1 + \frac{1}{x^2-1} | x \in (2; \infty)\}$,
2. $A_2 := \{x \in (1; \infty) | \frac{1}{x^2-1} > 1\}$.

Aufgabe 2: Infima und Suprema unter elementweisen Ringoperationen (4 Punkte)

Zeigen Sie: Falls $P, Q \subset \mathbb{R}$ ein Supremum haben, dann gilt:

1. $\sup(P + Q) = \sup(P) + \sup(Q)$,
2. $\sup(P) = -\inf(-P)$;
3. falls $P, Q \subset (0; \infty)$, dann $\sup(P \cdot Q) = \sup P \cdot \sup Q$, und ohne diese Voraussetzung ist diese Aussage i.A. falsch.
4. Was gilt im Fall $P \subset (0; \infty)$ für P^{-1}?

Aufgabe 3: Folgen (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Folgen a_i ($i \in \{0, 1, 2\}$) auf Monotonie, Beschränktheit ihrer Bilder $a_i(\mathbb{N})$ und Konvergenz und geben Sie ggf. $\sup(a_i(\mathbb{N}))$, $\inf(a_i(\mathbb{N}))$ und $\lim(a_i)$ an:

1. $a_0(n) := (-1)^n \cdot 2 + 1/(n+1)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$,
2. $a_1(n) := (-1)^n \cdot 1/(n+1)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$,
3. $a_2(n) := n^{((-1)^n)} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.