Modellierung der Gasabnahme als Funktion der Temperatur: Optimierung der Temperaturgewichte

Gasausspeisung, Gasversorgungsnetze, Nichtlineare Regression, Lineare Regression, Zweitagesmitteltemperatur, Viertagesmitteltemperatur, Temperaturgewichte

Hernán Leövey, Werner Römisch, Isabel Wegner-Specht, Ansgar Steinkamp

In diesem Artikel wird eine neue Methode zur optimalen Bestimmung der Temperaturgewichte in Modellen beschrieben, welche die Gasausspeisung an Exits von Gasnetzwerken modellieren. Diese Modelle basieren auf gewichteten Temperaturmitteln unter Verwendung einer gewissen Anzahl von Tagesmitteltemperaturen der vergangenen Tage.

In der Regel werden für diesen speziellen Anwendungsfall Sigmoidmodelle bzw. lineare Modelle (eingeschränkt auf gewisse Temperaturbereiche) verwendet. Für beide Modellklassen wird gezeigt, dass sich die resultierenden Optimallösungen deutlich von den in der Praxis verwendeten Gewichten unterscheiden. Die numerischen Ergebnisse basieren auf den Beispieldaten eines großen deutschen Gasnetzbetreibers. Dennoch ist die Methodik allgemein auf Problemstellungen dieser Art anwendbar.

Die Verwendung der mittels Optimierung generierten Temperaturgewichte verbessert die Modellgüte durch Reduktion der Quadratsumme der Residuen.

Modelling gas consumption as a function of temperature: Optimal temperature weights

In this article we present a new method to fix the optimal choice of Temperature weights for models describing the gas extraction on the Exit Points of a gas network. These models are based on a composite temperature defined as a weighted sum of several consecutive daily average Temperatures. The usual models employed in this application area are based on either Sigmoid or Linear functions in restricted sections of the temperature domain. For both kinds of examples, we show that the resulting optimal weights differ considerably from those considered by practitioners. The numerical results are based on the data provided by a large gas transmission company. Although the numerical results may vary with the data at hand, the methodology should be considered as a general approach when these kinds of models are applicable.

The usage of optimal weights obtained by the methodology described in this article improves the fitting of the models, reflected by the reduction of the sum of squared residuals.

1. Einleitung

Die Modellierung der Gasabnahme an den Ausspeisepunkten eines Marktgebietes ist für Gasversorgungsunternehmen von großer Bedeutung. Sie wird für die kurzfristige Prognose sowie die Konstruktion be- und entlastender Gasabsatzszenarien verwendet.

Die Gasabnahme an den Exits eines Gasversorgungsnetzes hängt im Wesentlichen von der Temperatur ab. Neben der Temperatur des heutigen Tages haben aber auch die Temperaturen der vergangenen Tage Einfluss auf die heutige Gasabnahme.

Die Prognosegüte wird dabei entscheidend von der sorgfältigen Wahl der Modellklasse sowie der Verwendung geeigneter Optimierungsverfahren zur Modellkalibrierung beeinflusst. Als Eingangsdaten für die Modellanpassung liegen Messwerte des Gasverbrauchs an den Ausspeisepunkten der Gasversorgungsnetze sowie Temperaturdaten des Deutschen Wetterdienstes vor. Der Gasabsatz unterliegt auf Grund des hohen temperaturabhängigen Heizgasanteils saisonalen Schwankungen. In der warmen Jahreszeit sinkt der Gasverbrauch – lediglich die Warmwasserversorgung der Haushaltskunden und Prozessgasverbräuche durch die Industrie bilden die Grundlast des Absatzes.

In der Abbildung **Bild 1A** ist das typische Verhalten der Gasausspeisung an einem Exit Knotes eines deutschen Gasversorgungsnetzes bzgl. Tagesmitteltemperatur dargestellt. In der Abbildung **Bild 1B** ist das Verhal-



Bild 1. Gasfluss in einem typischen Exit eines deutschen Gasnetzes.



Bild 2A. Angepasste Sigmoid Kurve zum Gasfluss in einem Exit eines deutschen Gasnetzes.

ten der Gasausspeisung bzgl. Standard-Viertagesmitteltemperatur dargestellt.

Die Art der funktionalen Abhängigkeit der Gasausspeisung von der Temperatur wird in der Literatur überwiegend mittels linearer bzw. nichtlinearer Regressionsmodelle mit einer variierenden Anzahl von Parametern sowie zusätzlichen Bedingungen für die Parameter beschrieben.

Eine umfassende Einführung in die Modellierung mittels nichtlinearer sigmoider Wachstumsfunktionen wird in [2] gegeben. In der Praxis werden daneben lineare bzw. stückweise lineare Funktionen verwendet. Letztere sind insbesondere bei der Modellierung der Temperaturabhängigkeit des Gasverbrauchs bei sehr kalten Temperaturen geeigneter als Sigmoidfunktionen. Beispiele einer sigmoiden bzw. stückweisen linearen Modellierung werden in **Bild 2A** bzw. **Bild 2B** dargestellt.

In der vorliegenden Analyse werden Vertreter beider Modellklassen untersucht. In einigen Fällen ist die Temperaturabhängigkeit sehr schwach ausgeprägt, hier kommen prinzipiell lineare Modelle zur Anwendung.

Zur Ermittlung der optimalen Temperaturgewichte beschränken wir uns dabei in der linearen Modellierung auf den Temperaturbereich von –5 °C bis 12 °C.

Innerhalb der Modellklasse sigmoiden Typs wird das "Basis-Sigmoidmodell" ohne Temperaturbeschränkungen verwendet, vgl. [1].



Bild 2B. Angepasste stückweise-lineare Kurve zum Gasfluss in einem Exit eines deutschen Gasnetzes.

Es ist wohlbekannt, dass die Korrelation des Gasverbrauchs mit der Tagesmitteltemperatur weniger stark ausgeprägt ist als die Korrelation mit einem gewichteten Temperaturmittel unter Verwendung einer gewissen Anzahl von Tagesmitteltemperaturen der vergangenen Tage. Die Ursache liegt in der verzögerten Reaktion des Gasverbrauchs auf plötzliche Temperaturänderungen auf Grund der Wärmespeicherkapazität von mehreren Tagen der in Deutschland typischen Gebäude in massiver Bauweise, vgl. [10]. Dies legt die Integration der Temperaturen der vergangenen Tage als erklärende Variable in das Modell nahe.

Für eine möglichst gute Prognose des Verbrauchs werden deshalb in der Praxis Zweitagesmitteltemperaturen (heute und gestern gleich gewichtet) und Viertagesmitteltemperaturen (heute: 8/15, gestern: 4/15, vorgestern: 2/15, vorvorgestern: 1/15) verwendet,vgl. [1]. Im letzten Fall handelt es sich um die normalisierten monoton fallenden ersten vier Terme der geometrischen Reihe unter der impliziten Annahme, dass der Einfluss länger zurückliegender Tagestemperaturen abnimmt, vgl. [1]. Die Standard-Mehrtagesmitteltemperatur ist nun ein gewichtetes Mittel aus der Temperatur des aktuellen Tages sowie der Temperaturen der drei Vortage.

Der Beitrag der vorliegenden Analyse besteht darin, dass die Temperaturgewichte nicht als willkürlich fixierte Parameter aufgefasst werden, sondern ihrerseits als Optimierungsvariablen gemeinsam mit allen weiteren Modellvariablen kalibriert werden. Künstliche Positivitätsrestriktionen für diese Variablen sind nicht Bestandteil des Modells, können bei Bedarf des Anwenders jedoch ergänzt werden. Ebenso wie im klassischen Fall, vgl. [1], enthält das Modell eine Normierungsrestriktion.

Als Eingangsdaten stehen die Verbrauchsdaten der H-Gas- und L-Gas-Exits der Open Grid Europe GmbH zur Verfügung (Zeitraum 2004 bis 2009), weiterhin die Temperaturdaten von 256 Temperaturstationen des Deutschen Wetterdienstes und die Zuordnung zwischen den Exits und den Temperaturstationen.

Die numerischen Ergebnisse in Abschnitt 4. zeigen, dass die optimalen Gewichte für die meisten Typen von Gasverbrauchern positive Werte aufweisen. In einigen Modellvarianten wird ein negatives Gewicht neben ansonsten positiven Gewichten erzeugt. Von den oben genannten "klassischen Gewichten" unterscheiden sich die optimalen Gewichte zum Teil deutlich.

2. Regressionsprobleme – Sigmoide und lineare Modelle

Das klassische nichtlineare Modell vom sigmoiden Typ für die temperaturabhängige Gasentnahme an einem Exit enthält vier Parameter α , β , γ , δ :

$$f_{0}(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\overline{t},X) = E(X) \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \left(\frac{\beta}{\overline{t} - 40}\right)^{\gamma}} + \delta\right),$$

wobei E(X) den empirischen Mittelwert der vorliegenden Gasmessdaten bezeichnet, und \overline{t} das gewichtete Standardtemperaturmittel.

Für eine allgemeine Beschreibung sigmoider Wachstumsmodelle und Strategien zur Bestimmung von Startwerten für nichtlineare Regressionsprobleme verweisen wir auf [2].

Zur Lösung dieses nichtlinearen Regressionsproblems betrachten wir das zugehörige Kleinste-Quadratmittel-Problem. Wir verweisen darauf, dass an dieser Stelle weitere Normen ohne Einschränkung der allgemeinen Methodik verwendet werden können. Siehe Anhang 7.A für eine detaillierte Beschreibung.

Zusätzlich wird das klassische skalierte lineare Modell für die Gasentnahme eingeschränkt auf den Temperaturbereich von –5 °C bis 12 °C und die zugehörigen Gasmessdaten angepasst. Eine entsprechende Restriktion für das gewichtete Temperaturmittel wird in die Modellierung aufgenommen.

Im Niedrigtemperaturbereich nähert sich die Gasentnahme bei Auslegungstemperatur konstanten Werten. Dies erfordert auch im Hinblick auf die geringe Datenbasis und die weitaus höhere Varianz der Messdaten alternative Modelle, vgl. [9].

3. Verallgemeinerung und Lösungsmethoden

Nunmehr werden die vier Temperaturgewichte als Optimierungsvariablen aufgefasst und gemeinsam mit den Parametern des Sigmoidmodells als Lösung eines verallgemeinerten nichtlinearen Kleinste-Quadratmittel-Problems bestimmt. Das klassische Mehrtagestemperaturmittel wird in der Zielfunktion nun durch ein gewichtetes Mittel mit vier variablen Gewichten ersetzt. Hinzu kommen jene Modellrestriktionen, welche im Abschnitt 2. beschrieben wurden. Siehe Anhang 7.B für eine detaillierte Beschreibung der verrallgemeinerten Methode.

In analoger Weise könnte man das Mehrtagestemperaturmittel basierend auf der aktuellen Tagesmitteltemperatur und den Temperaturen der vorangegangenen vier oder fünf Tage betrachten. In der Tat zeigen numerische Experimente, dass die Varianz der Residuen deutlich abnimmt, sofern man die Temperaturen von fünf bzw. sechs Tagen in die Modellierung aufnimmt. Im Gegensatz dazu nimmt die Residuenvarianz bei Verwendung eines Zweitagesmittels signifikant zu.

Für restringierte nichtlineare Quadratmittelprobleme werden in der modernen Literatur Verfahren vom Gauss-Newton-Typ empfohlen, die das Originalproblem iterativ durch quadratische Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen ersetzen [4, 7]. Letztere werden in jedem Schritt durch spezielle Verfahren gelöst. Überdies werden Globalisierungsstrategien [8] eingesetzt, um bei dem nichtkonvexen Charakter der Probleme einen möglichst Großen Konvergenzbereich zu sichern. Geeignete Software-Systeme sind EASY-FIT [5] sowie der Solver NLPLSQ [6] von Prof. K. Schittkowsk (Univ. Bayreuth.).

Die gleiche Verallgemeinerungsmethodik innerhalb des linearen Regressionsproblems erzeugt ein lineares Kleinste-Quadratmittel-Problem mit neuen Variablen und einer neuen linearen Restriktion. Die Lösung dieser Probleme ist als Lösung eines linearen Gleichungssystems gegeben. Für diesen Zweck steht eine Vielzahl von kommerziellen Lösern zur Verfügung.

4. Numerische Resultate

Die Optimierungsprobleme werden für fixierte bzw. variable Temperaturgewichte mit den in Abschnitt 3. beschriebenen Restriktionen unter Verwendung der Hbzw. L-Gasmessdaten eines großen deutschen Gastransportnetzbetreibers gelöst.

Die Verallgemeinerungsmethodik wird separat für beide Netze auf jeden Exit angewandt und unter der Bezeichnung Lokale Anpassung dokumentiert.

Die betrachtete Datenbasis umfasst 682 H-Gas-Knoten sowie 702 L-Gas-Knoten.

Zusätzlich wird die Gesamtausspeisung aller Exit-Knoten pro Netz analysiert und als Teilproblem Globale Anpassung bezeichnet. Damit wird der Forderung

Resultate für das H-Netz mit verallgemeinertem Sigmoidmodell

Methodik	ω ₁	ω2	ω3	ω4
Globale Anpassung	0,49	0,16	0,10	0,26
Durchschnittswerte der lokalen Anpassung (Mittlere absolute Abweichung)	0,40 (0,10)	0,29 (0,12)	0,059 (0,081)	0,26 (0,12)

Resultate für das L-Netz mit verallgemeinertem Sigmoidmodell

Methodik	ω ₁	ω2	ω3	ω4
Globale Anpassung	0,43	0,28	0,085	0,20
Durchschnittswerte der lokalen Anpassung (Mittlere absolute Abweichung)	0,41 (0,082)	0,27 (0,10)	0,071 (0,073)	0,23 (0,11)

Resultate für 5 und 6 Temperaturgewichte für das H-Netz mit verallgemeinertem Sigmoidmodell

Methodik	ω ₁	ω2	ω3	ω4	ω ₅	ω ₆
Globale Anpassung für 5 Temperaturgewichte	0,47	0,11	0,20	-0,0057	0,21	
Globale Anpassung für 6 Temperaturgewichte	0,45	0,12	0,16	0,064	0,043	0,13

Resultate für 5 und 6 Temperaturgewichte für das L-Netz mit verallgemeinertem Sigmoidmodell

Methodik	ω ₁	ω2	ω3	ω4	ω ₅	ω ₆
Globale Anpassung für 5 Temperaturgewichte	0,41	0,25	0,16	-0,034	0,19	
Globale Anpassung für 6 Temperaturgewichte	0,39	0,25	0,14	0,041	-0,0098	0,17

Resultate für das H-Netz mit verallgemeinertem linearen Modell

Methodik	ω ₁	ω2	ω3	ω4
Globale Anpassung	0,69	0,0064	0,062	0,23
Durchschnittswerte der lokalen Anpassung (Mittlere absolute Abweichung)	0,42 (0,11)	0,26 (0,13)	0,055 (0,099)	0,27 (0,14)

Resultate für das L-Netz mit verallgemeinertem linearen Modell

Methodik	ω1	ω2	ω3	ω ₄
Globale Anpassung	0,44	0,23	0,077	0,24
Durchschnittswerte der lokalen Anpassung (Mittlere absolute Abweichung)	0,42 (0,09)	0,25 (0,12)	0,071 (0,092)	0,25 (0,13)

deutschlandweit einheitlicher Temperaturgewichten Rechnung getragen. Die numerischen Resultate basieren auf Daten der Jahre 2004–2009 in stündlicher Diskretisierung und beziehen sich auf das Tagesmaximum des Gasflusses. Die gleiche Analyse ist problemlos für die Tagesmittelwerte durchführbar. Alle Rechnungen wurden auf Standard-PC´s durchgeführt. Nachfolgend werden die Ergebnisse für die Temperaturgewichte aufgeführt, gerundet auf zwei signifikante Stellen.

Für alle Modellklassen und beide Netze zeigen die numerischen Ergebnisse deutliche Abweichungen der Lösungen für die vier Temperaturgewichte $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ von den klassischen Gewichten. Sie sind insbesondere nicht monoton fallend, vielmehr ist die Temperatur des Vorvorvortages stärker gewichtet als die Temperatur einer der übrigen Vortage. Das größte Gewicht erhält die aktuelle Temperatur, der Wert ist etwas kleiner als der Standardparameter.

Innerhalb der globalen Anpassung mit 4 variablen Temperaturgewichten liegen die Optimalwerte der Summe der quadratischen Residuen (S.q.R.) etwa 1 bis 2 Prozent unter den Optimalwerten der S.q.R. des Problems mit fixierten Standard-Temperaturgewichten.

Prinzipiell unterscheiden sich die Ergebnisse für das H- und das L-Netz.

Die Resultate für 5 und 6 variable Temperaturgewichte im sigmoiden Fall illustrieren die Änderung der Gewichte bei Erhöhung der Anzahl der betrachteten Tage im Temperaturmittel. Die Optimalwerte der S.q.R. bei 5 oder 6 variablen Temperaturgewichten lagen in allen Fällen etwa 2 Prozent unter den Optimalwerten der S.q.R. des Problems mit 4 variablen Temperaturewichten, d.h. diese geringe Erhöhung der Variablenanzahl verbessert die Modellgüte der globalen Anpassung.

Die lokale Anpassung in jedem Exit des H- bzw. L-Gasnetzes weist oftmals stärkere Reduktionen der S. q. R. in manchen Exit Knoten auf. Im Abschnitt 5. sind die Histogramme der Temperaturgewichte und der Reduktion der S. q. R. (verglichen mit) der lokale Anpassung im H-Gasnetz dargestellt.

5. Histogramme der Gewichte und Reduktion der S. q. R.

Die folgenden Histogramme zeigen die Reduktion der Summe der quadratischen Residuen verglichen mit Tagesmitteltemperatur, klassischen Viertagesmitteltemperatur und optimalen Viertagesmitteltemperatur im H-Netz. In **Bild 3** und **Bild 5** werden die prozentuale Reduktion der S. q. R. von Tagestetemperatur zu klassischen Viertagestemperatur in jedem Punkt des H-Netzes für das Sigmoidmodell (Lineares Modell) abgebildet.

In **Bild 4** und **Bild 6** werden die prozentuele Reduktion der S. q. R. von klassischen Viertagestetemperatur zur optimalen Viertagestemperatur in jedem Punkt des H-Netzes für das Sigmoidmodell (Lineares Modell) abgebildet.

Die folgenden Histogramme zeigen die Resultate für die optimalen Temperaturgewichte im H-Netz.

6. Schlussfolgerungen

Die beschriebene Verallgemeinerungsmethodik generiert geeignetere Temperaturgewichte. Der beste Weg, diese Verallgemeinerung anzuwenden, ist die lokale Variante für jeden Exit-Knoten im Gasnetz. Allerdings werden in der Praxis lediglich vier einheitliche Gewichte für das gesamte Netz verwendet. Die Histogramme zeigen, dass die Verwendung der Mittelwerte der lokalen



Bild 3. H-Gas Histogramm Reduktion der S.q.R. für Sigmoid Modellierung.



Bild 5. H-Gas Histogramm Reduktion der S.q.R. für Lineare Modellierung.



Bild 4. H-Gas Histogramm Reduktion der S.q.R. für Sigmoid Modellierung.



Bild 6. H-Gas Histogramm Reduktion der S.q.R. für Lineare Modellierung.



Bild 7. H-Gas Histogramm für ω_1 und Sigmoid Modellierung.



Bild 8. H-Gas Histogramm für ω_2 und Sigmoid Modellierung.



Bild 9. H-Gas Histogramm für ω_3 und Sigmoid Modellierung.



Bild 10. H-Gas Histogramm für ω_4 und Sigmoid Modellierung.



Bild 11. H-Gas Histogramm für ω_1 und Lineare Modellierung.



Bild 12. H-Gas Histogramm für ω_2 und Lineare Modellierung.



Bild 13. H-Gas Histogramm für ω_3 und Lineare Modellierung.

 $\frac{140}{120}$ $\frac{140}{120}$ $\frac{120}{100}$ $\frac{120}{100}$

Optimallösungen eine gute Option für eine fixierte Menge von Gewichten sein könnte, obgleich einige Gewichte eine relativ hohe mittlere absolute Abweichung aufweisen.

Die gemittelte Temperatur maximiert bei den von uns verwendeten Eingangsdaten der Open Grid Europe GmbH die Korrelation zwischen Gasverbrauch und Temperatur (im Mittel über alle Exits). Nach dem Update der Datenbasis kann eine Neubestimmung einer festen Anzahl von optimalen Temperaturgewichten vorgenommen werden. Die Implementierung dieser verallgemeinerten Technik verursacht keinen erhöhten numerischen Aufwand im Vergleich zu den üblichen Regressionsverfahren.

7. Anhang

7.A.

Innerhalb des Kleinste-Quadratmittel-Problems basiert das Modell auf den verfügbaren geordnetenTemperaturmitteln $\overline{t}_{min}, ..., \overline{t}_{max}$ und den zugeordneten Gasmesswerten. In der Regel sind nun eine Anzahl von $d(\bar{t}_i)$ Quadratterme derselben Mitteltemperatur \bar{t}_i zugeordnet, weisen jedoch unterschiedliche Gasflusswerte $X(\bar{t}_{i}, j)$ auf, für $1 \le j \le d(\bar{t}_{i})$. In der Statistik werden nun üblicherweise die vorliegenden Daten in kleine Intervalle des Definitionsbereiches der Temperatur \overline{t} gruppiert, um die verschiedenen Beobachtungen innerhalb der Intervalle zu Klassen zusammenzufassen. Die Terme innerhalb einer Klasse werden anhand varianzbasierter Kriterien gewichtet. Vereinfachend arbeiten wir innerhalb dieser Analyse mit gleichgewichteten Klassen. Das Kleinste-Quadratmittel-Problem läßt sich nun folgendermaßen formulieren:

$$\min_{(\alpha, \beta, \gamma, \delta)} \sum_{\overline{t}_i = \overline{t}_{\min}}^{\overline{t}_{\max}} \sum_{j=1}^{d(\overline{t}_i)} \left(f_0(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \overline{t}_i, X) - X(\overline{t}_i, j) \right)^2$$
$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \in \Omega.$$

Dabei bezeichnen Ω die zulässige Menge gemäß den Modellrestriktionen sowie $d(\bar{t}_i)$ die Anzahl der Daten in der Temperaturklasse \bar{t}_i .

z.B.

200

160

Die folgende Verallgemeinerung für ein variables Viertagestemperaturmittel \bar{t}_d wird nunmehr in die Modellierung aufgenommen:

$$\overline{t}_d = \sum_{i=1}^{M=4} \omega_i \cdot t_{d+1-i}$$

Nun erhält die Zielfunktion des Optimierungsproblems folgende Form:

$$\min_{(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)} \sum_{d=d_1}^{d_N} \left(f_0(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \overline{t}_d, X) - X_d \right)^2$$

Dabei bezeichnet X_d den Gasfluss am Tag d. Wir integrieren zudem die Modellrestriktionen, welche in Abschnitt Regressionsprobleme beschrieben wurden. Nunmehr ist die Gesamtheit der Restriktionen gegeben durch:

i=1

$$(\alpha, \gamma, \delta, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) \in \Omega'_{\ell}$$

wobei Ω' die neuen Modellrestriktionen beschreiben.

Literatur

- [1] *Cerbe, G.:* Grundlagen der Gastechnik (7. Auflage), Carl Hanser Verlag, München, 2008.
- [2] Seber, G.A.F. and Wild, C.J.: Nonlinear Regression, Wiley Series in Probability and Statistics, 2003.
- Schittkowski, K.: Numerical Data Fitting in Dynamical Systems A Practical Introduction with Applications and Software, Kluwer, 2002.
- [4] Schittkowski, K.: Solving nonlinear least squares problems by ageneral purpose SQP method, in Trends in Mathematical Optimization, K.-H. Hoffmann et al. eds., Birkhäuser, Boston, 1988.

3 November 2011 gwf-Gas | Erdgas

- [5] Schittkowski, K.: EASY-FIT: A software system for data fitting in dynamic systems, in Structural and Multidisciplinary Optimization, 2002.
- [6] Schittkowski, K.: NLPLSQ: A Fortran implementation of an SQP-Gauss-Newton algorithm for least squares optimization – user'sguide, version 1.0, in Report, Department of Computer Science, University of Bayreuth, 2007.
- [7] Schwetlick, H., Schellong, W. and Tiller, V.: Gauss-Newton-like methods for nonlinear least squares with equality constraints-local convergence and applications to parameter estimation in implicit models, in Statistics 16, 1985.
- [8] Schwetlick, H. and Tiller, V.: Nonstandard scaling matrices for trust region Gauss-Newton methods, SIAM J. Scient. Statist. Comput. 1989.
- [9] Mirkov, R. and Friedl, H.: Nonlinear and Spline Regression Models for Forecasting Gas Flow on Exits of Gas Transmission Networks. in Proceedings of the 26th International Workshop on Statistical Modelling, 2011.
- [10] *Geiger, B.* und *Hellwig, M.:* Entwicklung von Lastprofilen für die Gaswirtschaft. Gewerbe, Handel und Dienstleistung, München, 2002.

Autoren

Dipl. Math. Hernán Leövey

Humboldt Universität zu Berlin | Institut für Mathematik | Berlin | Tel. +49 30 2093-5448 | E-Mail: leovey@math.hu-berlin.de

Professor Werner Römisch

Humboldt Universität zu Berlin | Institut für Mathematik | Berlin | Tel. +49 30 2093-2561 | E-Mail: romisch@math.hu-berlin.de

Dipl.-Math. Isabel Wegner-Specht

Humboldt Universität zu Berlin | Institut für Mathematik | Berlin | Tel. +49 30 2093-5498 | E-Mail: isabel@math.hu-berlin.de

Dr. Ansgar Steinkamp

Open Grid Europe GmbH | Langfristige Kapazitätsplanung, Mathematische Statistik | Essen | Tel. +40 201 3642-12439 | E-Mail: ansgar.steinkamp@open-grid-europe.com