Prof. A. Baudisch
Institut für Mathematik

3. Übungen

zur Vorlesung „Logik II/Modelltheorie“

3.1 Sei M Unterstruktur der L-Struktur N. Für jede endliche Teilmenge $A \subseteq M$ und jedes $c \in N$ existiere ein Automorphismus f mit $f(a) = a$ für $a \in A$ und $f(c) \in M$. Dann ist M elementare Unterstruktur von N.
(Hinweis: Tarski-Vaught-Test)

3.2 Die Signatur von L enthalte nur ein einstelliges Relationssymbol $P(x)$. M sei L-Unterstruktur der L-Struktur N, wobei P^M und $\mathrm{dom}(M) \setminus P^M$ unendlich seien.
Zeigen Sie mit Hilfe von Aufgabe 3.1: M ist elementare Unterstruktur von N.

3.3 Die Signatur von L enthalte nur eine einstellige Funktion $S(x)$. Wir betrachten die folgenden L-Strukturen M und N:

$$\mathrm{dom}(M) = \mathbb{Z} \times \mathbb{N}, \quad S^M(a,b) = (a+1,b),$$

sowie

$$\mathrm{dom}(N) = \mathbb{Z} \times \mathbb{Q}, \quad S^N(a,b) = (a+1,b).$$

Zeigen Sie: $M \sim_\omega N$.

($\mathbb{N}$ bzw. $\mathbb{Z}$ bzw. $\mathbb{Q}$ seien die natürlichen bzw. ganzen bzw. rationalen Zahlen)