

## 11. Übungen

### zur Vorlesung „Logik II/Modelltheorie“

- 11.1 Wir arbeiten in der Signatur abelscher Gruppen  $\{+, -, 0\}$ .
- a) Sei  $T_1$  die elementare Theorie der unendlichen abelschen Gruppen  $G$  vom Exponenten 3 (d.h.  $3G = 0$ ).  $T_1$  ist vollständig und erlaubt die Elimination der Quantoren.  
Zeigen Sie, daß  $T_1$  streng minimal ist.
  - b) Sei  $T_2$  die elementare Theorie der unendlichen abelschen Gruppen  $G$  vom Exponenten 9 (d.h.  $9G = 0$ ).  $T_2$  ist vollständig.  
Ist  $T_2$  streng minimal? Begründen Sie Ihre Antwort.
- 11.2 Seien  $M \preceq N$  Modelle einer streng minimalen Theorie. Sei  $\bar{a}$  in  $M$  und  $\varphi(x, \bar{a})$  sei erfüllbar aber nicht algebraisch in  $M$ . Dann existiert auch eine Realisierung von  $\varphi(x, \bar{a})$  in  $N \setminus M$ .
- 11.3 Sei  $T$  eine streng minimale  $L$ -Theorie und  $\varphi(x, \bar{y})$  eine  $L$ -Formel. Dann existiert eine Zahl  $n_\varphi$ , so daß für alle Modelle  $M$  und alle  $\bar{a}$  in  $M$  die Formel  $\varphi(x, \bar{a})$  genau dann unendlich viele Realisierungen besitzt, wenn sie mindestens  $n_\varphi$ -viele besitzt.